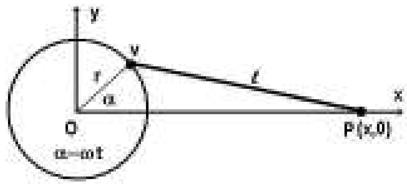
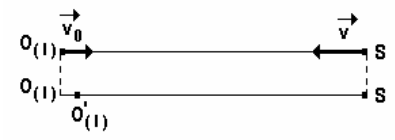
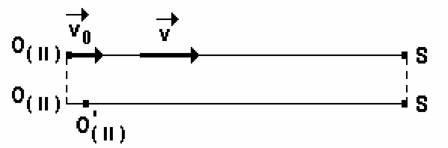
Grila de notare

Orice altă rezolvare care conduce la rezultate corecte se va puncta corespunzător

Nr. item	*Problema I – A. Motor*		Punctaj
a.	**Pentru:**		2p
	$\begin{cases} x_v = r\cdot\cos(\omega\cdot t) \\ y_v = r\cdot\sin(\omega\cdot t)\end{cases}$ $\begin{cases} x_P = x \\ y_p = 0\end{cases}$ 	0,25p	
	$\ell^2 = (r\cdot\cos(\omega\cdot t) - x)^2 + (r\cdot\sin(\omega\cdot t))^2$	0,25p	
	$x^2 - 2\cdot r\cdot x\cdot\cos(\omega\cdot t) - (\ell^2 - r^2) = 0$	0,25p	
	$x_{1,2} = r\cdot\cos(\omega\cdot t) \pm \sqrt{\ell^2 - (r\cdot\sin(\omega\cdot t))^2}$	0,25p	
	$r << \ell$, deci $r\cdot\sin(\omega\cdot t) << \ell$ soluția admisă pentru coordonata x a punctului P $x = \ell + r\cdot\cos(\omega\cdot t)$	0,50p	
	Rezultat final: relația $x = \ell + r\cdot\cos(\omega\cdot t)$ descrie o oscilație armonică a punctului P de-a lungul axei Ox. Oscilația are loc între pozițiile $\ell + r \geq x \geq \ell - r$ şi este centrată pe punctul de coordonate $(\ell, 0)$	0,50p	
b.	**Pentru:**		1p
	Accelerația punctului P (solidar cu pistonul) are expresia $a = \ddot{x} = -r\cdot\omega^2\cdot\cos(\omega\cdot t)$	0,25p	
	Accelerația maximă are deci expresia $a_{max\,im} = r\cdot\omega^2$	0,25p	
	Rezultat final: $a_{max\,im} \cong 140 m\cdot s^{-2}$	0,50p	
TOTAL Problema I A			3p

Nr. item	*Problema I B - Bătăile inimii*		Punctaj
a.	**Pentru:**		3p
	 expresia intervalului de timp, după care o vibrație ajunge la obiect $\Delta t_1 = \dfrac{SO_{(I)}}{v + v_0}$	0,25p	
	momentul de timp la care vibrația ajunge la obiect $t_1^{(I)} = t + \Delta t_1 = t + \dfrac{SO_{(I)}}{v + v_0}$	0,25p	
	expresia intervalului de timp după care a doua vibrație ajunge la obiect $\Delta t_2 = \dfrac{SO_{(I)} - v_0 \cdot T}{v + v_0}$	0,25p	
	momentul de timp la care cea de-a doua vibrație ajunge la obiect $t_2^{(I)} = t + T + \Delta t_2$ $t_2^{(I)} = t + T + \dfrac{SO_{(I)} - v_0 \cdot T}{v + v_0}$	0,25p	
	perioada de recepție de către observator a vibrațiilor $T' = t_2^{(I)} - t_1^{(I)}$	0,25p	
	$T' = T \cdot \dfrac{v}{v + v_0}$	0,25p	
	 expresia intervalului de timp, după care o vibrație ajunge microfonul traductorului S $\Delta t_1' = \dfrac{SO_{(II)}}{v}$	0,25p	
	momentul de timp la care vibrația este recepționată de microfon $t_1^{(II)} = t' + \Delta t_1' = t' + \dfrac{SO_{(II)}}{v}$	0,25p	
	expresia intervalului de timp după care a doua vibrație ajunge la microfon $\Delta t_2' = \dfrac{SO_{(II)} - v_0 \cdot T'}{v}$	0,25p	
	momentul de timp la care cea de-a doua vibrație este recepționată de microfon $t_2^{(II)} = t' + T' + \Delta t_2'$ $t_2^{(II)} = t' + T' + \dfrac{SO_{(II)} - v_0 \cdot T'}{v}$	0,25p	
	perioada de recepție de către microfon a vibrațiilor $T_{ecou} = t_2^{(II)} - t_1^{(II)}$, $T_{ecou} = T' \cdot \dfrac{v - v_0}{v}$	0,25p	
	Rezultat final: $\nu_{ecou} = \nu_0 \cdot \dfrac{v + v_0}{v - v_0}$	0,25p	

b.	**Pentru:**	**1p**
	Frecvența bătăilor detectate de microfon $\nu_b = \nu_{ecou} - \nu_0$ 0,50p	
	$\nu_b = \nu_0 \cdot \frac{2 \cdot v_0}{v - v_0}$ 0,25p	
	Rezultat final: $\nu_b \cong \nu_0 \cdot \frac{2 \cdot v_0}{v}$ 0,25p	
c.	**Pentru:**	**1p**
	viteza maximă la suprafața inimii $v_{0,\max} \cong \nu_{b,\max} \cdot \frac{v}{2 \cdot \nu_0}$ 0,75p	
	Rezultat final: $v_{0,\max} \cong 2{,}09 \frac{cm}{s}$ 0,25p	
d.	**Pentru:**	**1p**
	amplitudinea „ bătăilor" inimii $A = \frac{v_{0,\max}}{2 \cdot \pi \cdot \nu_i}$ 0,50p	
	Rezultat final: $A \cong 2{,}2\,mm$ 0,50p	
TOTAL Problema IB		**6p**
Oficiu		**1p**
TOTAL GENERAL - Problema I		**10p**

Grila de notare

Orice altă rezolvare care conduce la rezultate corecte se va puncta corespunzător

Nr. item	*Problema II – A. Săltărețul*		Punctaj
	Pentru:		2p
	$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{echiv}}{m}}$	0,25p	
	$k_{echiv} = 4\pi^2 \cdot f_1^2 \cdot m$	0,25p	
	$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$	0,25p	
	$k = 4\pi^2 \cdot f_2^2 \cdot m$	0,25p	
	$k_{serie} = \frac{k \cdot k_{echiv}}{k + k_{echiv}} = 4\pi^2 \cdot m \cdot \frac{f_1^2 \cdot f_2^2}{f_1^2 + f_2^2}$	0,50p	
	frecvența micilor oscilații pentru sistemul echivalent $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{serie}}{m}}$	0,25p	
	Rezultat final: $f = \frac{f_1 \cdot f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}}$	0,25p	
TOTAL Problema II A			2p

Nr. item	*Problema II B – Tyranosaurus Rex*	Punctaj
a.	**Pentru:**	**2p**
	considerarea barei ca o colecție de n „felii" de mase egale $m_k = \frac{m}{n}$, aflate la distanțe $\ell_k = k\frac{\ell}{n}$; $1 \le k \le n$ de capătul prin care trece axa de rotație — 0,25p	
	momentul de inerție al barei $\begin{cases} J = \sum_{k=1}^{n} \ell_k^2 \cdot m_k = \sum_{k=1}^{n} \ell^2 \cdot m \cdot \frac{1}{n^3} \cdot k^2 \\ J = \frac{\ell^2 \cdot m}{n^3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \end{cases}$ — 0,50p	
	$J = \frac{1}{3}\ell^2 \cdot m$, pentru o diviziune foarte „măruntă" a barei, atunci când $n \to \infty$ — 0,50p	
	perioada unei bare – şi implicit a unui picior modelat ca o bară $T = 2\pi\sqrt{2\ell^2 \cdot m/(3mg\ell)}$ — 0,50p	
	Rezultat final: $T = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$, depinde numai de geometria piciorului şi nu de masa acestuia — 0,25p	
b.	**Pentru:**	**1p**
	viteza de deplasare a lui Tyranosaurus Rex $v_{tyran} = \frac{D}{T} = \frac{D}{2\pi}\sqrt{\frac{3g}{2\ell}}$ — 0,75p	
	Rezultat final: $v_{tyran} \cong 1{,}42\, m \cdot s^{-1}$ — 0,25p	
TOTAL Problema II B		**3p**

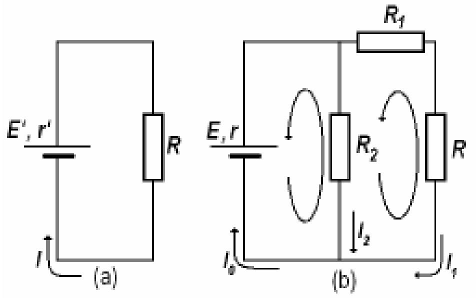
Nr. item	*Problema II C – Alt săltăreț*		Punctaj
a.	**Pentru:**		**0,50p**
	la o accelerație constantă, alungirea resortului $\Delta\ell_0 = \frac{m \cdot a}{k}$ este neglijabilă viteza corpului va fi practic egală cu viteza capătului liber al resortului	0,50p	
b.	**Pentru:**		**1,5p**
	în SM: cubul pleacă din poziția de echilibru, cu resortul netensionat, având viteza inițială $-v$ pulsația corpului $\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega = 1\, rad \cdot s^{-1} \end{cases}$	0,25p	
	$\begin{cases} A = \frac{v}{\omega} \\ A = 1\, m \end{cases}$	0,25p	
	$\begin{cases} x'(0) = 0 \\ v'(0) = -v \end{cases}$	0,25p	
	legile de mişcare ale cubului $\begin{cases} x' = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ x' = -\sin t \ (m) \end{cases}$ $\begin{cases} v' = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ v' = -\cos t \ (m \cdot s^{-1}) \end{cases}$	0,25p	
	în SL $\begin{cases} x'' = x' + v \cdot t = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) + v \cdot t \\ x'' = (t - \sin t) \end{cases}$ $\begin{cases} v'' = v' + v = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) + v \\ v'' = (1 - \cos t) \ (m \cdot s^{-1}) \end{cases}$	0,50p	

c.	**Pentru:**		**2p**
	SM: elongația x_1 a resortului în momentul în care cubul își începe mişcarea $k \cdot x_1 = \mu_0 mg$	0,20p	
	momentul la care elongația resortului atinge valoarea x_1 $\begin{cases} t_1 = \dfrac{\mu_0 mg}{kv} \\ t_1 = 10\,s \end{cases}$ şi deci $\begin{cases} x_1 = v \cdot t_1 \\ x_1 = 10\,m \end{cases}$	0,20p	
	în intervalul de timp $[0,t_1]$corpul se deplasează cu viteza constantă v $\quad x' = v \cdot t$	0,20p	
	în intervalul de timp $[0,t_1]$, în SL corpul se află în repaus $x'' = 0$	0,20p	
	SL : la momentul t_1 cubul începe să alunece la momentul începerii alunecării cubul se află la distanța x_0 de noua sa poziție de echilibru $\begin{cases} x_0 = (\mu_0 - \mu)\dfrac{mg}{k} \\ x_0 = 1\,m \end{cases}$ şi se deplasează cu viteza $v_0' = -v = -1 m \cdot s^{-1}$	0,20p	
	legile de mişcare ale cubului (cu originea distanțelor aleasă în poziția de echilibru) $\begin{cases} x' = A \cdot sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \\ v' = A \cdot \omega \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi_0) \end{cases}$ condițiile inițiale $\begin{cases} x(t_1) = x_0 \\ v(t_1) = -v \end{cases}$ $\begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + v^2/\omega^2} \\ A = \sqrt{2} \cong 1{,}41\,m \end{cases}$ $\begin{cases} \varphi_0 = \pi + arctg(x_0/v) - \omega t_1 \\ \varphi_0 \approx 5\pi/4 \end{cases}$	0,20p	
	SL: până la momentul t_1 originile celor două sistem de referință $\begin{cases} x'' = x' + vt = A sin(\omega t + \varphi_0) + x_0 + vt \\ x'' = \left\{\sqrt{2}\, sin\left[(t-10) + \dfrac{5\pi}{4}\right] + (t-10) + 1\right\}(m) \end{cases}$ $v'' = \{\ \sqrt{2}\, cos[(t-10) + 5\pi/4] + 1\}(m \cdot s^{-1})$	0,20p	
	momentul t_2 corpul se opreşte în sistemul laboratorului $v''(t_2) = 0$	0,20p	
	$cos[(t_2 - 10) + 5\pi/4] = -1/\sqrt{2}$ $\begin{cases} t_2 = 15\,s \\ x_2 = 7\,m \end{cases}$	0,20p	
	pentru ca mişcarea să reânceapă resortul trebuie să se alungească cu $2x_0$ evoluție care se va petrece în intervalul $t_3 - t_2 = \dfrac{2x_0}{v}$ după care mişcarea se repetă	0,20p	
TOTAL Problema II C			**4p**
Oficiu			**1p**
TOTAL GENERAL - Problema II			**10p**

Grila de notare

Orice altă rezolvare care conduce la rezultate corecte se va puncta corespunzător

Nr. item	*Problema III – Tot felul de circuite*		Punctaj
a.	**Pentru:**		1p
	$R_2 = r$	0,50p	
	Rezultat final: $R_2 = 2\Omega$	0,50p	
b.	**Pentru:**		2p
	$P_{max} = \dfrac{E^2}{4r}$	0,50p	
	$R_{echivalent} = \dfrac{R_2(R_1+R_2)}{R_1+2R_2}$	0,25p	
	$R_{echivalent} = \dfrac{x+1}{x+2}r$, dacă notezi $R_1 = x \cdot r$	0,25p	
	puterea debitată în circuit $\begin{cases} P = \left(\dfrac{E}{R_{echivalent}+r}\right)^2 R_{echivalent} \\ P = \dfrac{E^2}{r} \cdot \dfrac{(x+2)(x+1)}{(2x+3)^2} \end{cases}$	0,25p	
	$P = 4P_{\max} \cdot \dfrac{(x+2)(x+1)}{(2x+3)^2} = \eta P_{\max}$	0,25p	
	Rezultat final: $R_1 = 1\Omega$	0,5p	
c.	**Pentru:**		2p
	$R_{ansamblu} = \dfrac{R_2(R_{ansamblu}+R_1)}{R_{ansamblu}+R_1+R_2}$	1p	
	soluția admisibilă din punct de vedere fizic $R_{ansamblu} = 1\Omega$	0,25p	
	$I = \dfrac{E}{r+R_{ansamblu}}$	0,25p	
	Rezultat final: $I = \dfrac{32}{3}A = 10,(6)\,A$	0,50p	

d.	**Pentru:**		**4p**
	 determinarea unei echivalențe între circuitele din figurile (a) şi (b)	0,50p	
	intensitatea curentului care trece prin circuitul din figura(a) $I=\dfrac{E'}{r'+R}$	0,25p	
	legile Kirchhoff pentru circuitul din figura b $\begin{cases} I_1+I_2=I_0 \\ -I_1\cdot(R_1+R)+I_2\cdot R_2=0 \\ I_0\cdot r+I_2\cdot R_2=E \end{cases}$	0,25p	
	$I_1=\dfrac{E\cdot\dfrac{R_2}{r+R_2}}{R+\dfrac{r\cdot(R_1+R_2)+R_1R_2}{r+R_2}}$	0,50p	
	$\begin{cases} E'=E\cdot\dfrac{R_2}{r+R_2} \\ r'=\dfrac{r\cdot(R_1+R_2)+R_1R_2}{r+R_2} \end{cases}$	0,50p	
	$\begin{cases} E'=E\cdot\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}E=16V \\ r'=2\Omega \end{cases}$	0,50p	
	Adăugarea unei noi secțiuni revine la considerarea unei noi surse cu rezistența internă de 2Ω şi cu tensiunea electromotoare diminuată în raportul $\eta=1/2$.	0,50p	
	$I_5=\dfrac{E}{R+r}\eta^5=\dfrac{32}{4}(1/2)^5$	0,50p	
	Rezultat final: $I_5=0{,}25\,A$	0,50p	
Oficiu			**1p**
TOTAL GENERAL - Problema III			**10p**

Prof. drd. Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Curriculum şi Evaluare în Învățământul Preuniversitar – Ministerul Educației Cercetării şi Tineretului
Prof. dr. Constantin COREGA – Colegiul Național Emil Racoviță – Cluj
Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică – Universitatea Bucureşti